

MODELE TOPOLOGICZNE DANYCH PRZESTRZENNYCH

TOPOLOGY MODELS OF SPATIAL DATA

Elżbieta Lewandowicz
Katedra Geodezji Szczegółowej
UW-M w Olsztynie

Słowa kluczowe: grafy jako modele topologiczne, modele analityczne SIP

Keywords: graph topology models, analytical model in GIS

Wprowadzenie, cel pracy

W naukach matematycznych topologię przedstawia się wykorzystując teorię grafów, która jest działem topologii algebraicznej związanej z relacjami w zbiorach, systemami algebraicznymi i strukturami. W Systemach Informacji Przestrzennej (SIP) topologie zapisuje się w odpowiednich strukturach, składających się z powiązanych tabel. Sposób ich zapisu został szczegółowo określony w normach (PKN 2002, ISO 19107) oraz w pracach (Bielecka 2006, Eckes 2006, Gaździcki 1990, Molenaar 1998, Sullivan, Unwin 2003, Urbański 1997). Ten tabelaryczny zapis można przekształcić w matematyczną formę grafu. W efekcie topologię przestrzeni geograficznej oddajemy w postaci grafu geometrycznego, którego elementy: węzły, krawędzie i obszary opisują punkty, linie i powierzchnie. Model ten ujęty w formie macierzy zawiera relacje (topologie) między punktami, liniami i powierzchniami (Lewandowicz 2004, 2005, 2006, Lewandowicz, Bałandynowicz 2005).

W niniejszej pracy, posługując się prostym przykładem, zaprezentuję różne modele topologiczne danych przestrzennych, zbudowane w oparciu o jedne dane geometryczne. Wykorzystując teorię grafów (Wilson 2000, Kulikowski 1986, Cormen i inni 2007), przedstawiane modele pokażą w formie graficznej i macierzowej. Różnorodność modeli wskazuje na liczne sposoby interpretacji przestrzeni geograficznej, która znajduje zastosowanie w zadaniach analitycznych.

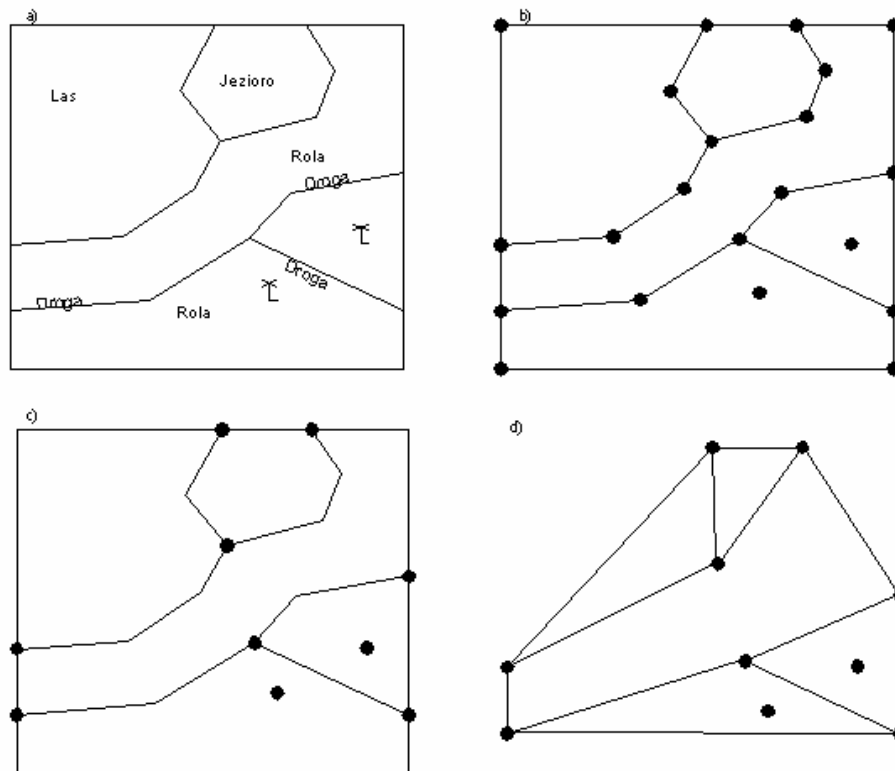
Jedną z wielu funkcji analitycznych jest poszukiwanie najkrótszej drogi między dwoma punktami w sieci, np. drogowej (Kulikowski 1986). Takie analizy powszechnie wykonuje się w oparciu o topologię sieciową (Esri 2003, Autodesk 2000, Bentley 2000, Systherm Info 2006). Czasami istnieje potrzeba opisanie drogi (możliwości przejścia) między obiektami niebędącymi elementami układu sieciowego, np. między obiektami powierzchniowymi lub punktowymi, które nie są związane z siecią drogową, do których nie dochodzi żadna droga. Zakładam, że jest to możliwe. Tego zadania podjęłam się i takie modele analityczne przedstawiam w tej publikacji.

Zapis danych przestrzennych za pomocą grafów

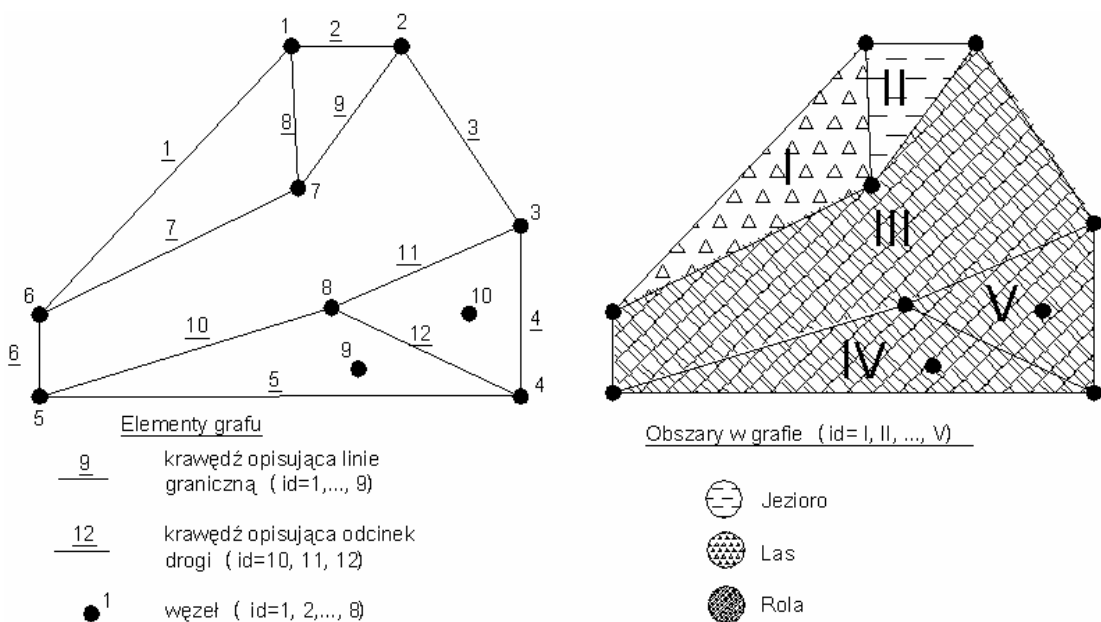
W pracy K. Eckesa (Eckes 2006) przedstawiono wycinek mapy (rys. 1a) i zapis jej treści w formie modeli topologicznych: modelu elementarnego (rys. 1b) i łańcuchowego (rys. 1c). Omówiona struktura zapisu danych (Eckes 2006) jest dobrym wprowadzeniem do treści mojego opracowania. Prezentowany przykład w formie fragmentu mapy (rys. 1a) wykorzystam do budowania modeli topologicznych, opisujących relacje między obiektami geograficznymi.

Przedstawione dane graficzne (rys. 1a, b, c) zapisałam w formie uproszczonego grafu (rys. 1d). Zapisy grafowe 1c) i 1d) są topologicznie tożsame, obrazują relacje między elementami geometrycznymi (Chrobak 2000, Engelking, Sieklucki 1986). Przyjmijmy, że model 1d) stanowi podstawę do budowania narzędzi analitycznych SIP. Założyłam, że mam zadanie, które wiąże się z poszukiwaniem najkrótszej drogi od siłowni wiatrowej do jeziora. Poszukiwanie najkrótszej drogi w sieciowej strukturze jest typowym zadaniem analitycznym, powszechnie stosowanym w dostępnych narzędziach SIP. Poszukiwanie drogi między obiektami niezwiązanymi ze strukturą sieciową jest już bardziej skomplikowanym zadaniem. Powszechnie w takich przypadkach stosuje się analizy na

danych rastrowych (Esri 2003, Ciechociński 2006). W oparciu o dane wektorowe można rozwiązać to zadanie. Wymaga to zbudowania modelu analitycznego, który wiązałby obiekty punktowe, liniowe i powierzchniowe w jedną sieć. W tym celu muszą wykorzystać wyjściowe dane i wykonać konwersję ich do nowych form.



Rys.1. Zapis przestrzeni geograficznej: a) w formie graficznej na mapie, b) za pomocą modelu topologicznego elementarnego, c) za pomocą modelu topologicznego łańcuchowego, d) za pomocą uproszczonej formy modelu topologicznego (na podstawie: Eckes 2006)



Rys. 2. Zapis topologii danych przestrzennych w postaci grafu etykietowanego G

Zapiszmy model 1d) (rys. 1d) w formie grafu geometrycznego, etykietowanego, G (rys. 2) z zadanymi identyfikatorami węzłów, krawędzi i obszarów. W przedstawionym grafie G węzły opisują trójstyki granic, punkty załamania drogi i siłownie wiatrowe. Krawędzie G odpowiadają granicom użytkowników i osiom dróg, a pięć obszarów opisuje kolejno las, jezioro i trzy obszary rolne.

Przedstawione dane (rys. 2) można zapisać w formach macierzowych (tabela 1): macierzy sąsiedztwa węzłów S_W , macierzy sąsiedztwa węzłów z krawędziami S_{W-K} (w literaturze określanej jako macierz incydencji I) i macierzy oczek-obszarów S_{O-K} przypisującej każdemu obszarowi graniczne krawędzie. Są to podstawowe macierze opisujące graf geometryczny G . One odpowiadają danym zawartym w tabelarycznych zapisach topologii w przyjętych strukturach narzędziowych (Bielecka 2006, Eckes 2006, Gaździcki 1990, Molenaar 1998, Sullivan, Unwin 2003, Urbański 1997).

Tabela 1. Podstawowe macierze opisujące graf geometryczny G : macierz sąsiedztwa S_W przedstawia relacje między węzłami grafu G ; macierz S_{W-K} przedstawia relacje między węzłami i krawędziami grafu G ; macierz S_{O-K} przedstawia relacje między obszarami i krawędziami grafu G

$S_W =$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th></tr> <tr><th>1</th><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>2</th><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>3</th><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>4</th><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>5</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>6</th><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>7</th><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>8</th><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>9</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>10</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	2	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	3	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	4	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	5	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	6	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	7	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	8	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																																																
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0																																																																																																																
2	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0																																																																																																																
3	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0																																																																																																																
4	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0																																																																																																																
5	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0																																																																																																																
6	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0																																																																																																																
7	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0																																																																																																																
8	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0																																																																																																																
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																

$S_{W-K} =$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th><th>11</th><th>12</th></tr> <tr><th>1</th><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>2</th><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>3</th><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>4</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>5</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>6</th><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>7</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>8</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><th>9</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>10</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> </table>		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	4	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	6	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12																																																																																																																																														
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0																																																																																																																																													
2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0																																																																																																																																													
3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0																																																																																																																																													
4	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1																																																																																																																																													
5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0																																																																																																																																													
6	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																													
7	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0																																																																																																																																													
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1																																																																																																																																													
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																													
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0																																																																																																																																													

$S_{O-K} =$	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><th></th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>5</th><th>6</th><th>7</th><th>8</th><th>9</th><th>10</th><th>11</th><th>12</th></tr> <tr><th>I</th><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>II</th><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><th>III</th><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><th>IV</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><th>V</th><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> </table>		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	I	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	II	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	III	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	IV	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	V	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12																																																																			
I	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0																																																																			
II	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0																																																																			
III	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0																																																																			
IV	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1																																																																			
V	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1																																																																			

Macierze S_W , S_{W-K} , S_{O-K} opisują wybrane relacje między węzłami, krawędziami i obszarami grafu. Macierz S informuje, które węzły są połączone krawędzią. Jeśli element macierzy $(s_W)_{ij}$ przyjmuje wartość 1, to znaczy, że węzły opisane identyfikatorami i, j są połączone krawędzią. Macierz S_{W-K} przypisuje węzłom krawędzie, czyli element macierzy $(s_{W-K})_{ij}$ przyjmuje wartość 1, jeśli węzeł i stanowi wierzchołek krawędzi j . Kolejna macierz S_{O-K} przypisuje obszarom krawędzie ograniczające je. Element macierzy $(s_{O-K})_{ij}$ przyjmuje wartość 1, jeśli krawędź j stanowi granicę obszaru i .

Zauważmy, że graf G (rys. 2) jest niespójny, węzły identyfikowane numerami 9 i 10 nie są powiązane z żadną krawędzią. Nazywa się je węzłami swobodnymi. Widać to także w zapisach macierzowych w S_W , S_{W-K} , wiersze macierzy identyfikowane węzłami o numerach 9 i 10 zawierają same zera.

Konwersja wyjściowych danych do nowych form

Przedstawiony graf G (rys. 2) oraz jego zapisy macierzowe S_W , S_{W-K} , S_{O-K} wykorzystam do tworzenia nowych struktur zapisu topologii danych przestrzennych (Lewandowicz 2007).

Zauważmy, że w oparciu o macierz S_{W-K} można określić graf sąsiedztwa krawędzi G_K (rys. 3) opisany macierzą S_K . Można go uzyskać poprzez przemnożenie macierzy S_{W-K} i wyzerowanie wartości diagonalnych uzyskanego iloczynu:

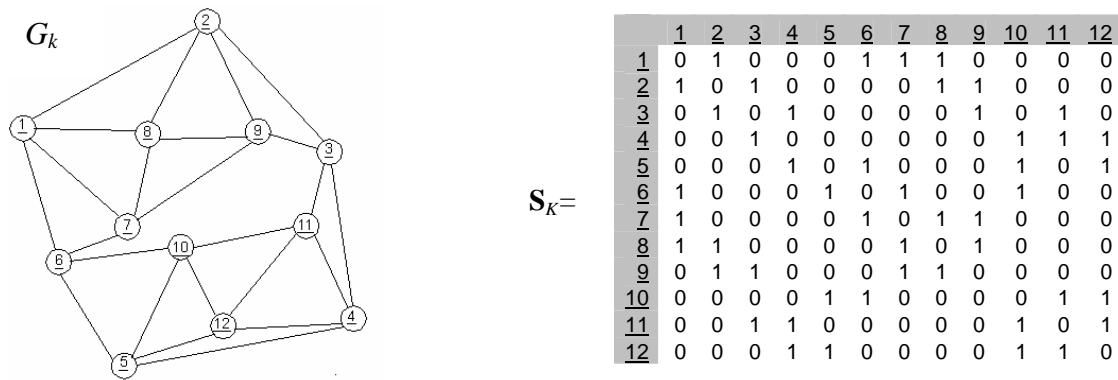
$$S_K = ((S_{W-K})^T S_{W-K}) - \text{Diag}((S_{W-K})^T S_{W-K}),$$

gdzie $\text{Diag}((S_{W-K})^T S_{W-K})$ jest macierzą diagonalną o wyrazach równych 2. Elementy macierzy S_K przyjmują wartości 1 lub 0: $(s_K)_{ij}$ równy 1 określa, że krawędzie grafu G identyfikowane przez i, j bezpośrednio sąsiadują, mają wspólny węzeł domykający te krawędzie.

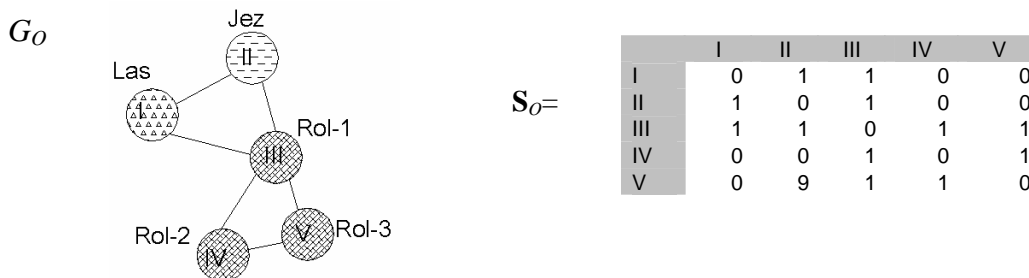
Macierz S_{O-K} zawiera dane, które pozwalają na wygenerowanie informacji o sąsiedztwie obszarów. Zapiszmy ją w macierzy S_O i przedstawmy graficznie za pomocą G_O :

$$S_O = S_{O-K} (S_{O-K})^T - \text{Diag}(S_{O-K} (S_{O-K})^T),$$

gdzie $\text{Diag}(S_{O-K} (S_{O-K})^T)$ jest macierzą diagonalną o wartościach $(s_O)_{ii}$ równych liczbie krawędzi opisujących obszar i . Na rys. 4 przedstawiono graf G_O w zapisie graficznym i macierzowym.



Rys. 3. Graf sąsiedztwa krawędzi G_K przedstawiony graficznie i w formie macierzy S_K

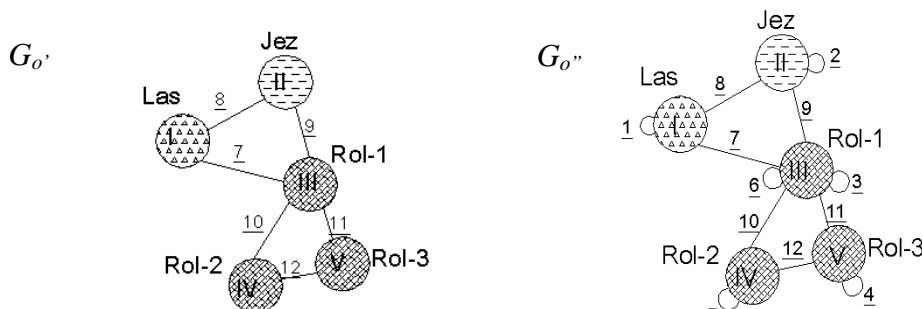


Rys. 4. Graf sąsiedztwa obszarów G_O przedstawiony graficznie i w formie macierzy S_O

Graf G_O zawiera krawędzie, które można identyfikować z liniami granicznymi rozdzielającymi dwa obszary. Przystępując do danych S_O z S_{O-K} , można określić identyfikatory krawędzi grafu G_O :

$$\begin{aligned}
 (I)-(II) &= (Las)-(Jez) = \underline{8}, & (II)-(III) + (Jez)-(Rol-1) &= \underline{9}, \\
 (I)-(III) &= (Las)-(Rol-1) = \underline{7}, & (III)-(V) &= (Rol-1)-(Rol-3) = \underline{11}, \\
 (III)-(IV) &= (Rol-1)-(Rol-2) = \underline{10}, & (IV)-(V) &= (Rol-2)-(Rol-3) = \underline{12}.
 \end{aligned}$$

Taka interpretacja upoważnia do przedstawienia grafów $G_{O'}$, $G_{O''}$ (rys.5) jako pochodnych form G_O .



Rys. 5. Przedstawienie graficzne sąsiedztwa obszarów z liniami rozgraniczającymi te obszary za pomocą modeli $G_{O'}$, $G_{O''}$ opisanych macierzami S_O oraz S_{O-K} . Model $G_{O'}$ zawiera obszary i linie rozgraniczające dwa obszary. Model $G_{O''}$ zawiera dodatkowo granice zewnętrzne kompleksu obszarów

W oparciu o modele G , G_K , G_O opisałam w macierzach sąsiedztwo węzłów \mathbf{S}_W , krawędzi \mathbf{S}_K , obszarów \mathbf{S}_O oraz sąsiedztwo węzłów z krawędziami \mathbf{S}_{W-K} , obszarów z krawędzi \mathbf{S}_{O-K} . Brakuje opisu sąsiedztwa obszarów z węzłami, czyli przypisanie każdemu obszarowi węzłów stanowiących punkty graniczne. Uzyskamy te dane poprzez działanie na wyjściowych macierzach \mathbf{S}_{O-K} , \mathbf{S}_{W-K} , otrzymując \mathbf{S}_{O-W} :

$$\mathbf{S}_{O-W} = (\mathbf{S}_{O-K}(\mathbf{S}_{W-K})^T) / 2.$$

Otrzymałą macierz \mathbf{S}_{O-W} przedstawiono na rys 6.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
II	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
III	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0
IV	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0
V	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0

Rys. 6 Macierz \mathbf{S}_{O-W} przypisująca obszarom węzły rozgraniczające

Macierze wyjściowe (bazowe) \mathbf{S}_W , \mathbf{S}_{W-K} , \mathbf{S}_{O-K} oraz pochodne \mathbf{S}_K , \mathbf{S}_O , \mathbf{S}_{O-W} można uzupełnić transpozami macierzy:

$$\begin{aligned} (\mathbf{S}_{W-K})^T &\rightarrow (\mathbf{S}_{K-W}), \\ (\mathbf{S}_{O-K})^T &\rightarrow (\mathbf{S}_{K-O}), \\ (\mathbf{S}_{O-W})^T &\rightarrow (\mathbf{S}_{W-O}). \end{aligned}$$

Jest to uzasadnione tym, że relacje są zwrotne $(W-K)-(K-W)$. Przyjmijmy, że jeśli $(W-K)=(K-W)$ to możemy je zapisać jako $(W \leftrightarrow K)$. Wszystkie przedstawione wyżej macierze zawierają podstawowe dane topologiczne danych przestrzennych. Określono je na podstawie uporządkowanego rysunku mapy (rys.1).

Model topologiczny \mathbf{S} danych przestrzennych

Proponuję macierze bazowe i pochodne, określone wyżej, zapisać w jednym modelu w formie macierzy blokowej \mathbf{S} (rys. 7):

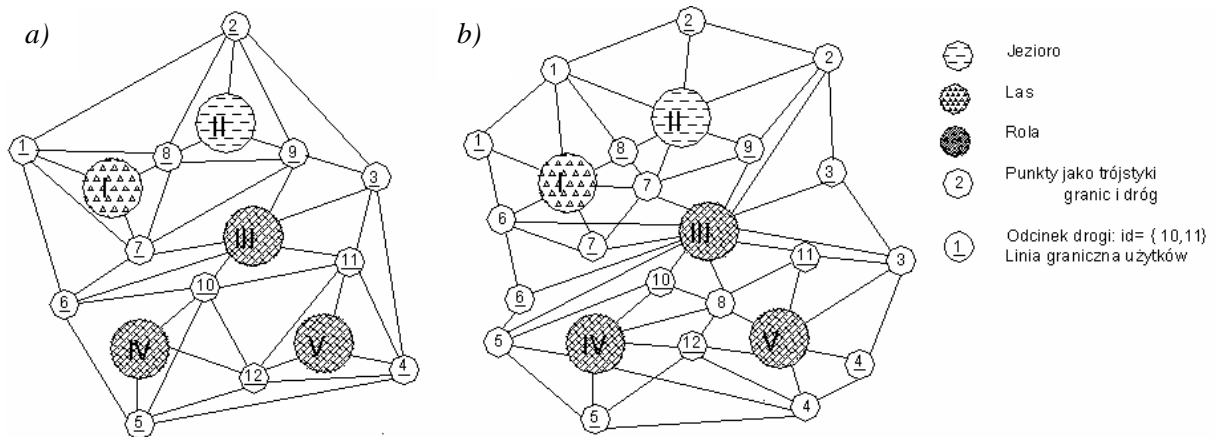
$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_W & \mathbf{S}_{W-K} & \mathbf{S}_{W-O} \\ \mathbf{S}_{K-W} & \mathbf{S}_K & \mathbf{S}_{K-O} \\ \mathbf{S}_{O-W} & \mathbf{S}_{O-K} & \mathbf{S}_O \end{bmatrix}$$

Macierz \mathbf{S} jest macierzą symetryczną o wymiarach $(n \times n)$, gdzie n jest sumą liczby węzłów, krawędzi i obszarów; w naszym przykładzie $n=10+12+5=27$. W modelu \mathbf{S} wiersze i kolumny są etykietowane identyfikatorami węzłów, krawędzi i obszarów grafu G . Model topologiczny danych przestrzennych, opisany macierzą \mathbf{S} można przedstawić graficznie w postaci grafu G^S ; $G^S=f(G)$. Węzły grafu G^S obrazują węzły, krawędzie lub obszary grafu wyjściowego G . Nie pokażę G^S w formie graficznej, gdyż rysunek byłby mało czytelny, zawierałby 27 węzłów i 168 krawędzi. Przedstawię tylko przykładowe podgrafy G_X^S grafu G^S , $G_X^S \subset G^S$ gdzie (X) jest kombinacją możliwych indeksów $\{W, K, O, (W-K), (K-W), (W-O), (O-W), (K-O), (O-K)\}$, lub $\{W, K, O, (W \leftrightarrow K), (W \leftrightarrow O), (K \leftrightarrow O)\}$, np. $G_{K+(K \leftrightarrow O)}^S \subset G^S$ i $G_{(W \leftrightarrow O)+(W \leftrightarrow K)+(K \leftrightarrow O)}^S \subset G^S$ opisane odpowiednimi wybranymi blokami macierzy \mathbf{S} (rys. 8).

$$\mathbf{S}_{K+(K \leftrightarrow O)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{S}_K & \mathbf{S}_{K-O} \\ 0 & \mathbf{S}_{O-K} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S}_{(W \leftrightarrow O)+(W \leftrightarrow K)+(K \leftrightarrow O)} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{S}_{W-K} & \mathbf{S}_{W-O} \\ \mathbf{S}_{K-W} & 0 & \mathbf{S}_{K-O} \\ \mathbf{S}_{O-W} & \mathbf{S}_{O-K} & 0 \end{bmatrix}$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	I	II	III	IV	V	
1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	
2	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
3	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
4	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1
5	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0
6	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
7	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0
8	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
3	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
4	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1
5	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
7	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
8	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
9	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
10	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0
11	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
12	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1
I	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
II	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
III	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
IV	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0
V	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0

Rys. 7. Macierz blokowa S jako model topologiczny danych przestrzennych zobrazonych na rys. 1,2



Rys. 8. Wybrane relacje sąsiedztwa między obiektami punktowymi, liniowymi i powierzchniowymi danych przestrzennych: a) graf $G_{K+(K \leftrightarrow O)}^S$ opisujący sąsiedztwo krawędzi i krawędzi z obszarami, b) graf $G_{(W \leftrightarrow O)+(W \leftrightarrow K)+(K \leftrightarrow O)}^S$ opisujący sąsiedztwa węzłów z obszarami, węzłów z krawędziami i krawędzi z obszarami

Przedstawione modele $G_{K+(K \leftrightarrow O)}^S$, $G_{(W \leftrightarrow O)+(W \leftrightarrow K)+(K \leftrightarrow O)}^S$ łączą w sieci obiekty punktowe, liniowe i powierzchniowe danych przestrzennych. W oparciu o te struktury sieciowe (rys. 8 b) można określić drogę (w grafie) między np. jeziorem (II) a skrzyżowaniem dróg (8), ale jest za mało danych, aby wskazać drogę między siłownią wiatrową a jeziorem.

Węzły opisujące siłownie wiatrowe – jak zauważono powyżej – są elementami niespójnymi w grafie G . Także w modelu S nie są powiązane z żadnymi innymi obiektami. Chcąc je wprowadzić do przedstawianych modeli, musimy mieć dodatkowe dane wygenerowane z danych przestrzennych (geometrycznych, rys. 1a).

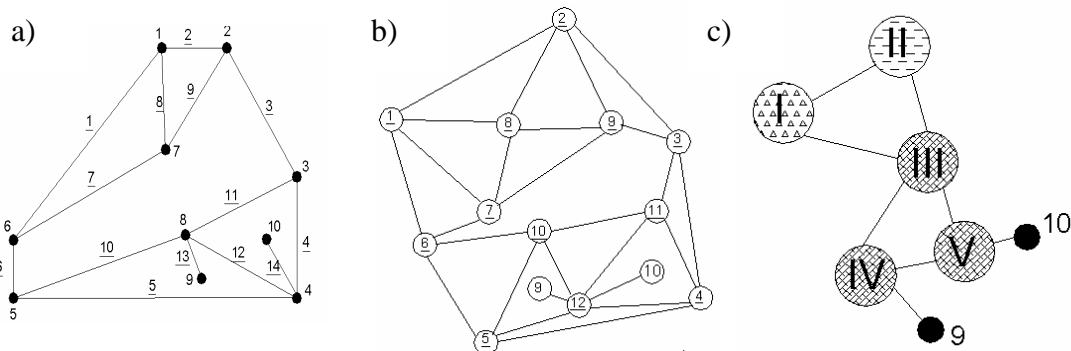
Wiązanie niespójnych danych (siłowni wiatrowych) z modelami bazowymi

Siłownie wiatrowe w grafie G są opisane za pomocą węzłów swobodnych. Chcąc je uwzględnić w przedstawianych modelach, należy je związać mostami z elementami spójnymi grafu G (węzłami, krawędziami lub obszarami). Można to zrobić na różne sposoby:

$G \rightarrow G_{x-w} : G_{x-w} = f(G)$, $x = \{w, k, o\}$. Przyjmijmy, że nasze mosty będą wiązać węzły swobodne z:

- ✓ najbliższym węzłem składowej spójnej grafu G ,
- ✓ najbliższą krawędzią składowej spójnej grafu G ,
- ✓ obszarem (oczkiem grafu), wewnątrz którego są położone.

Takie dane można otrzymać, wykonując działania na danych geometrycznych. W tym celu w SIP wykorzystuje się typowe algorytmy: poszukiwania najbliższego punktu, krawędzi i przecięcia (zawierania punktu na powierzchni). W oparciu o wyniki tych działań możemy zmodyfikować wyżej przedstawione modele do nowych postaci: $G \rightarrow G_{W-w}^m$, $G_K \rightarrow G_{K-w}^m$, $G_O \rightarrow G_{O-w}^m$, zobrazowanych na rys. 9.



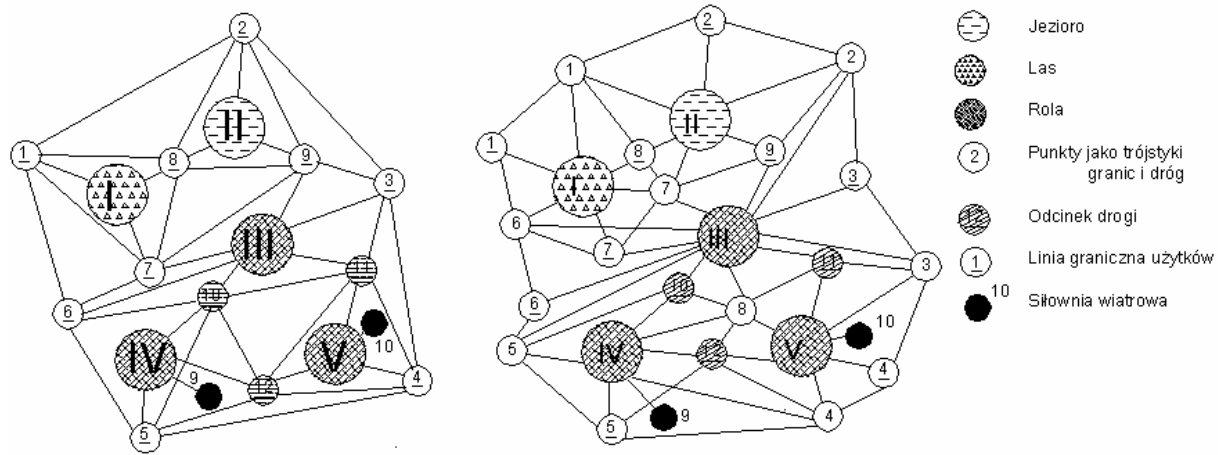
Rys. 9. Trzy sposoby wiązania węzłów swobodnych z elementami spójnego grafu:

a) z najbliższymi węzłami $G \rightarrow G_{W-w}^m$, b) z najbliższymi krawędziami $G_K \rightarrow G_{K-w}^m$,

c) z obszarami, na których są położone $G_O \rightarrow G_{O-w}^m$

Przedstawione modele zawierają relacje topologiczne między siłowniami wiatrowymi i innymi sąsiednimi obiektami oznaczonymi na mapie. Jedno z rozwiązań wprowadzę do modeli G_X^S z rys.8.

Przyjęłam, że węzły swobodne najlepiej powiązać z obszarami. Modyfikując modele $G_{K+(K\leftrightarrow O)}^S$ $G_{(W\leftrightarrow O)+(W\leftrightarrow K)+(K\leftrightarrow O)}^S$ (rys. 8) u zyskałam nowe grafy (rys. 10), które mogą wykorzystać do rozwiązania założonego zadania: określenia najkrótszych dróg (przejsć) między siłownią wiatrową (9) a jeziorem (II). Przedstawione grafy (rys. 10) przyjmują jako modele sieciowe wiążące obiekty geograficzne o różnej geometrii.



Rys.10. Zmodyfikowane modele $G_{K+(K\leftrightarrow O)}^{S^m}$ i $G_{(W\leftrightarrow O)+(W\leftrightarrow K)+(K\leftrightarrow O)}^{S^m}$ (patrz rys. 8) uwzględniające powiązanie węzłów swobodnych z obszarami

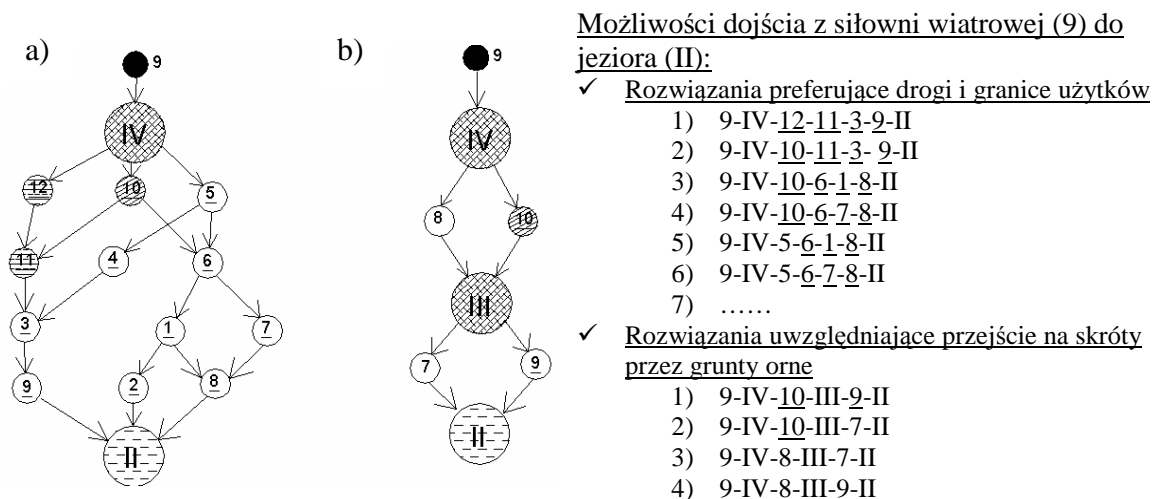
Poszukiwanie najlepszej, najekonomiczniejszej drogi wymaga przypisania odpowiednich wag krawędziom grafów, uwzględniając cechy drogi i przyjęte środki komunikacji (Kulikowski 1986, Esri 2003, Lewandowicz 2005, Ciechociński 2006). W zależności od wagowania krawędzi grafu możemy uzyskać w rozwiązaniu różne możliwe przejścia uwzględniające lub nie np. drogę na skróty przez grunty orne. W oparciu o przyjęte modele (rys.10) możemy zapisać drogi w grafie w formie digrafów (rys. 11) np.: (9-IV-10-III-9-II), (9-IV-10-11-3-9-II), (9-IV-10-6-7-8-II), (9-IV-10-6-1-8-II).

Algorytmy związane z poszukiwaniem najkrótszej drogi w grafie są powszechnie dostępne w literaturze (Cormen i inni 2007) i serwisach internetowych. Najpopularniejsze z nich to algorytm Dijkstry oraz Forda Bellmana.

Wnioski końcowe

Umiejętność czytania mapy pozwala na określenie relacji przestrzennych między obiektami geograficznymi. Dysponując Systemem Informacji Przestrzennej, powinniśmy mieć możliwość uzyskiwania takich informacji automatycznie w wyniku procedur systemowych. Uporządkowane dane geometryczne opisujące obiekty geograficzne stanowią bazę wyjściową do takich działań. Zbudowana topologia danych przestrzennych umożliwia opis topologiczny obiektów geograficznych w formach przyjaznych wyszukany analizom.

Powszechnie stosowany zapis danych topologicznych w strukturach tabelarycznych można przekształcić w macierzowe zapisy grafów. Numeryczne przetwarzanie otrzymanych macierzy pozwala na uzyskanie nowych form topologii danych przestrzennych. Przykłady takich modeli przedstawiono wyżej. Model wyjściowy G opisany macierzami S_w , S_{w-k} , S_{o-k} wynika z uporządkowanych danych graficznych. Przeprowadzone konwersje modelu wyjściowego G do zaprezentowanych form G_k , G_o , G_o' , G_o'' , G^S , $G_X^S \subset G^S$ G_{w-w}^m , G_{k-w}^m , G_{o-w}^m i przedstawionych zapisów macierzowych S , S_X , nie wyczerpują możliwości modelowania danych przestrzennych. Ta różnorodność zapisów topologii danych przestrzennych powinna wiązać się z konkretnymi zadaniami analitycznymi.



Rys. 11. Możliwe drogi z siłowni wiatrowej (9) do jeziora (II) określone z modeli przedstawionych na rys. 10: a) rozwiązania preferujące drogi i granice użytków, b) rozwiązania uwzględniające możliwości przejście (na skrót) przez grunty orne

W niniejszej pracy założono zbudowanie modelu sieciowego, łączącego elementy punktowe, liniowe i powierzchniowe, w celu poszukiwania drogi między siłownią wiatrową a jeziorem. Przedstawiono kilka modeli spełniających założony cel, określono możliwe drogi między tymi obiektami.

Literatura

- Autodesk, 2000: User's Manual for AutoCad Map@-2000, Release 4
- Bentley 2000: MicroStation Geographics v.07. Podręcznik użytkownika
- Bielecka E. 2006: System informacji geograficznej. Wydawnictwo PJWSTK, Warszawa
- Chrobak T., 2000: Modelowanie danych przestrzennych przy użyciu struktury FDS Molenaara. Materiały II Ogólnopolskiego Seminarium „Modelowanie danych przestrzennych”, Warszawa, s. 17-28
- Ciechociński P., 2006: Modelowanie dostępności komunikacyjnej nieruchomości jako atrybutu w procesie wyceny. Roczniki Geomatyki. Warszawa, Tom IV, Zeszyt 3, s. 71-80
- Cormen T. H., Leiserson Ch. E., Rivest R. L., Stein C., 2007: Wprowadzenie do algorytmów. WNW, Warszawa
- Eckes K., 2006: Modelowanie rzeczywistości geograficznej w systemach informacji przestrzennej. Roczniki Geomatyki. Warszawa, Tom IV, Zeszyt 2, s. 43-73
- Engelking R., Sieklucki K., 1986: Wstęp do topologii. Biblioteka matematyczna, Tom 62, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa
- Esri, 2003: ArcGIS: Working With Geodatabase Topology, An ESRI White Paper
- Gaździcki J., 1990: Systemy Informacji Przestrzennej, Państwowe Przedsiębiorstwo Wydawnictw Kartograficznych, Warszawa
- ISO 19107: Geographic information spatial schema <http://www.isotc211.org/>
- Kulikowski J. L., 1986: Zarys teorii grafów. Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Lewandowicz E., 2004: Grafy jako narzędzie do definiowania relacji przestrzennych pomiędzy danymi geograficznymi. Roczniki Geomatyki, Tom II, Zeszyt 2, Warszawa, s. 160-171
- Lewandowicz E., 2005: Analizy sąsiedztwa mikroregionów w regionie w oparciu o dane przestrzenne zapisane w formie grafu geometrycznego. Roczniki Geomatyki, Warszawa, Tom III, Zeszyt 1, s. 73-82

- Lewandowicz E., Bałandynowicz J., 2005: Some Ways of Formulation of Objective Functions for Chosen Space Analysis. The 6th International Conference Faculty of Environmental Engineering, Vilnius Gediminas Technical University, Volume 2, pp. 927-930
- Lewandowicz E., 2006: Area Neighbourhood Models. Polish Academy of Sciences, Geodezja i Kartografia, Geodesy and Cartography, Vol. 55, No. 3, pp. 147-167
- Lewandowicz E., 2007: Przestrzeń geograficzna jako przestrzeń topologiczna. Seminarium „Modelowanie informacji geograficznej według norm europejskich i potrzeb infrastruktury informacji przestrzennej”. Warszawa (w druku)
- Molenaar M., 1998: An introduction to the theory of spatial object modeling for GIS. Taylor & Francis, London
- PKN, 2002: Informacja geograficzna. Opis danych. Schemat przestrzenny. Polski Komitet Normalizacyjny. Polska Norma PZPN-N-12160
- Sullivan D. O., Unwin D. J., 2003: Geographic Information Analysis. Jon Wiley & Sons, INC
- Systherm Info, 2006: System Informacji Terenowej Geo-Info – podręcznik użytkownika. Poznań
- Urbański J., 1997: Zrozumieć GIS. Analiza informacji przestrzennej. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa
- Wilson R., 2000: Wprowadzenie do teorii grafów. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa

Streszczenie

System Informacji Przestrzennej (SIP) stanowi narzędzie do wykonywania analiz przestrzennych. Dane geometryczne odgrywają istotną rolę w tego typu zadaniach, pozwalają wizualizować przestrzeń i są podstawą do określania relacji między obiektami geograficznymi. Te relacje tworzą topologię danych przestrzennych.

Powszechnie topologię danych przestrzennych w SIP przyjmuje się jako strukturę zapisu danych geometrycznych (Bielecka 2006, Eckes 2006, Gaździcki 1990, Molenaar 1998, Urbański 1997). Przyjmując określone modele topologiczne, porządkuje się zapis danych geometrycznych w struktury bazy relacyjnej. Uporządkowanie danych pozwala na ich przetwarzanie. Relacje między danymi geometrycznymi stanowią topologię, która jest podstawą do budowy narzędzi analitycznych w SIP (Eckes 2006).

W niniejszej publikacji przedstawiono przykłady konwersji danych topologicznych, utworzonych w oparciu o uporządkowane dane geometryczne, do nowych form. W efekcie uzyskano relacje między obiektami geograficznymi. Zapis tych relacji w formie grafu stanowi matematyczny model topologii danych przestrzennych. W niniejszej publikacji wykorzystano przykład graficzny z pracy Eckesa (Eckes 2006), w której wyjaśniono podstawy zapisu danych przestrzennych w ogólnie przyjętych modelach topologicznych. Przedstawione zapisy w formie tabelarycznej i grafu (Eckes 2006) zostały przetworzone do nowych form. Zawarte w pracy przykłady graficzne prosto obrazują omawiane zagadnienia.

Elżbieta Lewandowicz
leela@uwm.edu.pl
www.ela.mapa.net.pl